

**ACM ICPC NEERC 2010-2011**  
**Northern Subregion**

---

**Разбор задач**

# Задачи

- A. Alien Communication Masterclass
- B. Bug2
- C. Commuting Functions
- D. Defense of a Kingdom
- E. Explicit Formula
- F. Frames
- G. Gadgets Factory
- H. Horrible Truth
- I. Ideal Contest
- J. Journey
- K. Kitchen Robot

# Problem A

---

## **Alien Communication Masterclass**

Автор: Михаил Дворкин  
Условие: Михаил Дворкин  
Тесты: Михаил Дворкин

# Формулировка задачи

- Построить выражение
  - Верное в указанных системах счисления
  - Неверное в указанных системах счисления

# Числа

- Двоичная система счисления
  - Цифры 0 и 1
- Числа
  - 0, 1, 10
- Что из этого можно построить?

# Детектор

- Система счисления
  - Основание  $k$
  - Детектор

$$10 \underbrace{- 1 - 1 - \dots - 1}_{k \text{ вычитаний}} = 0$$

# Комбинация детекторов

$$\begin{aligned} & (10 \underbrace{-1 - 1 - \dots - 1}_{a_1 \text{ вычитаний}}) \times \\ & \times (10 \underbrace{-1 - 1 - \dots - 1}_{a_2 \text{ вычитаний}}) \times \dots \times \\ & \times (10 \underbrace{-1 - 1 - \dots - 1}_{a_n \text{ вычитаний}}) = 0 \end{aligned}$$

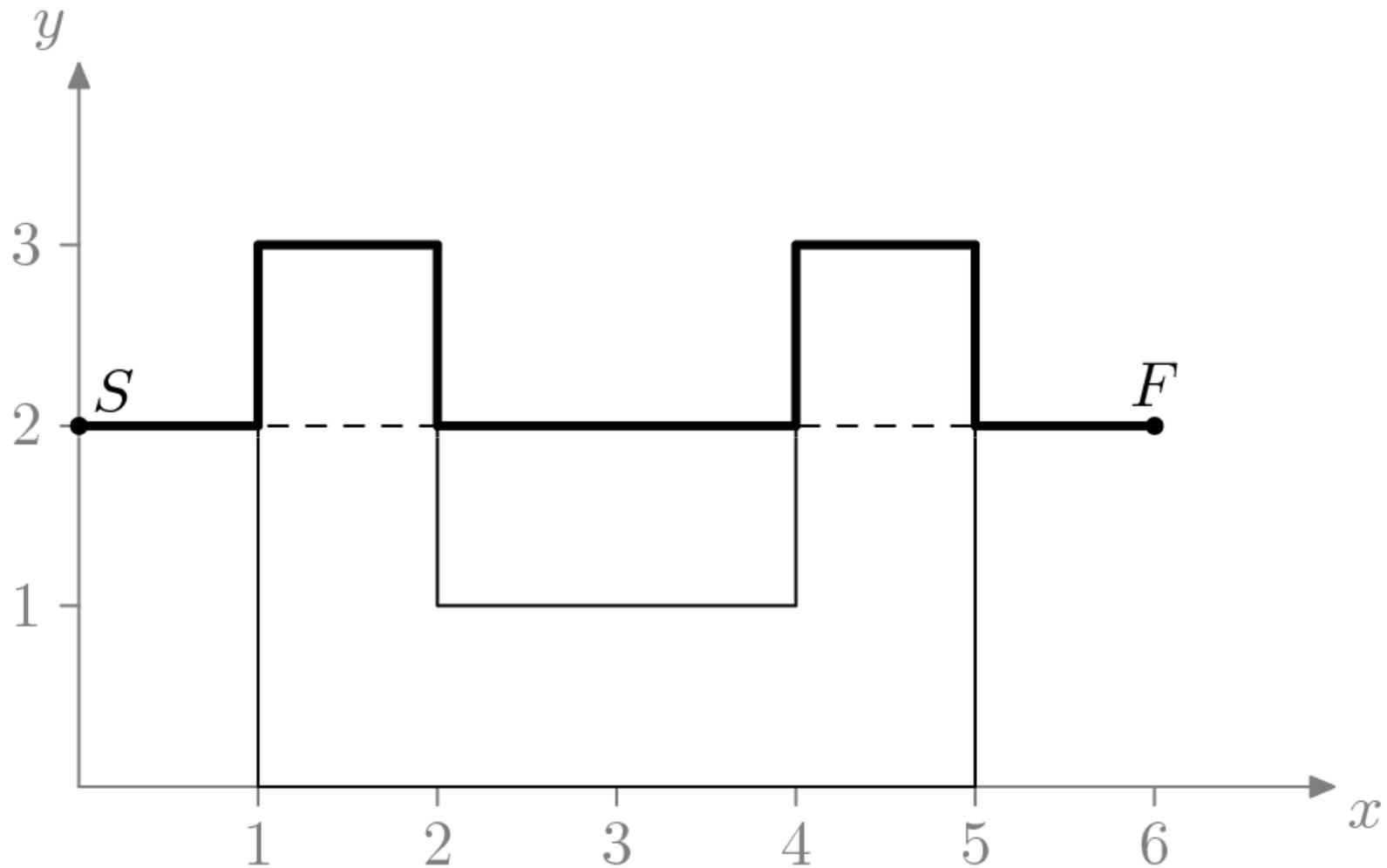
# Problem B

---

## Bug2

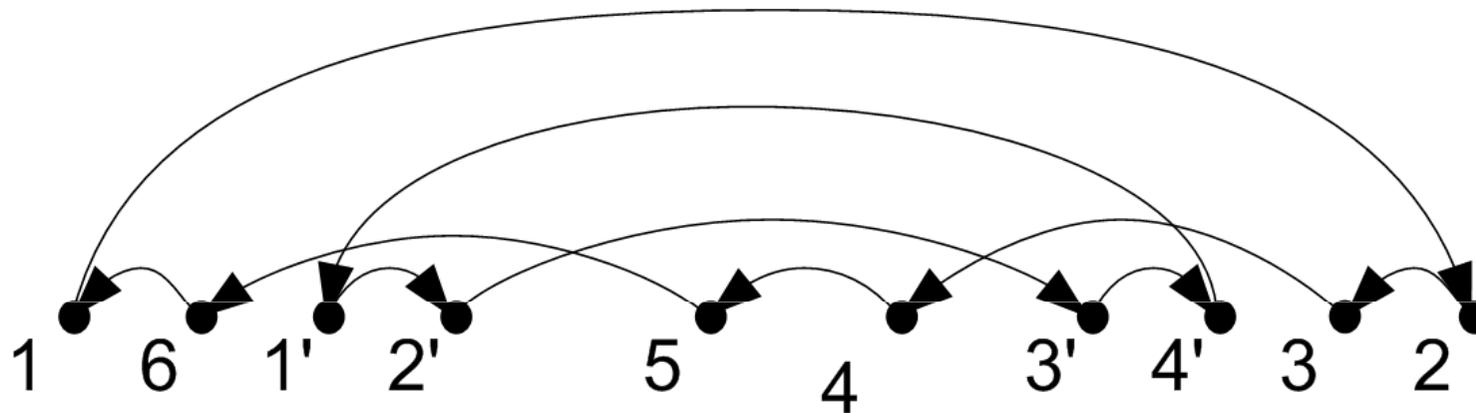
Автор: Максим Буздалов  
Условие: Максим Буздалов  
Тесты: Максим Буздалов

# Формулировка задачи

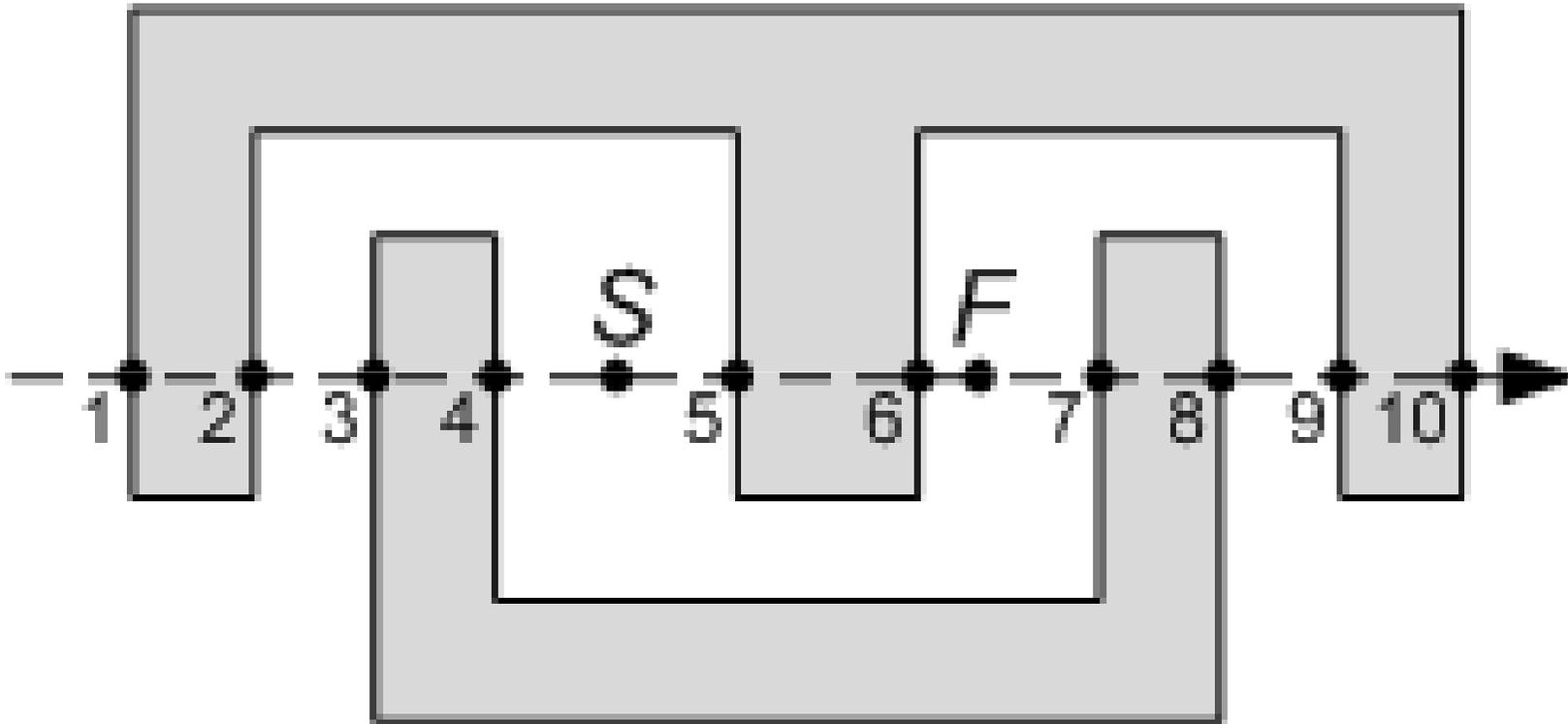




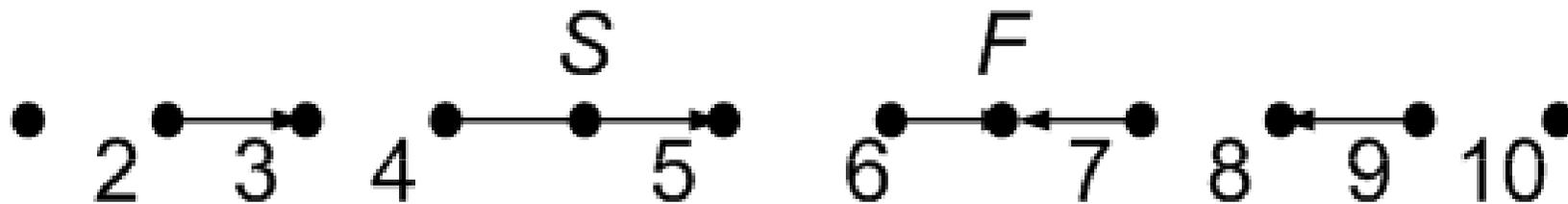
# Граф переходов



# Точки по расстоянию



# Сокращенные переходы

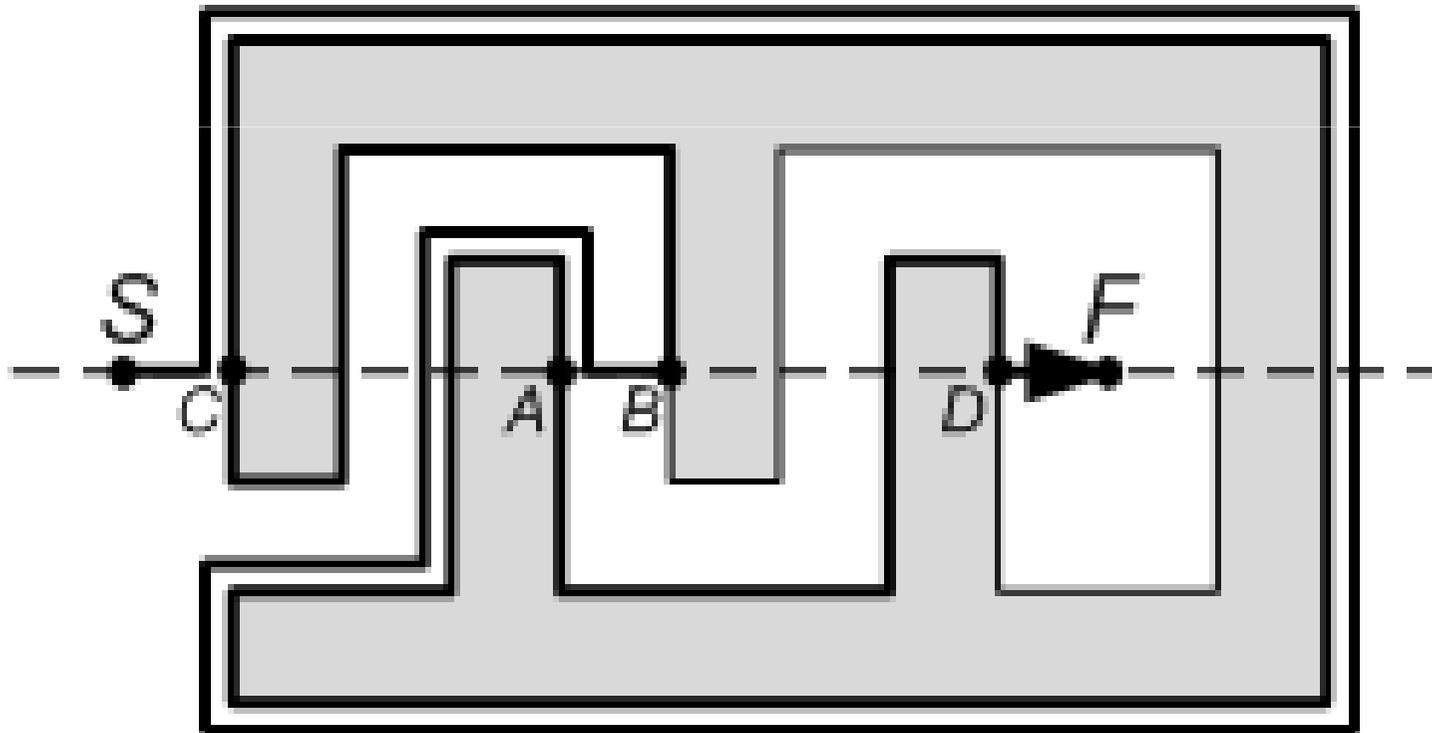






# Сжатие путей

- С-А
- В-А с применением С-А
- А-Д



# Problem C

---

## Commuting Functions

Автор: Михаил Дворкин  
Условие: Дмитрий Штукенберг  
Тесты: Георгий Корнеев

# Формулировка задачи

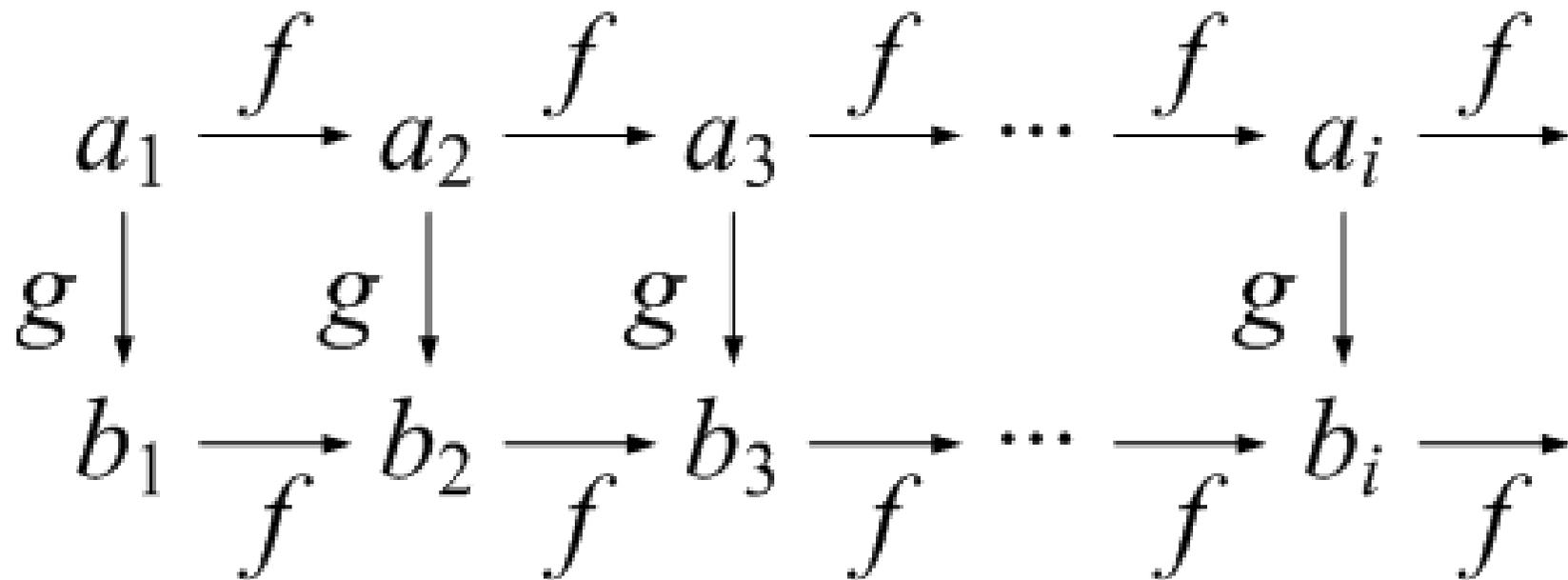
- Найти функцию  $g$ 
  - Коммутирующую с  $f$
  - С минимальным списком значений

# Существование функции

- Функция  $g(x) = x$ 
  - Коммутирует с любой функцией

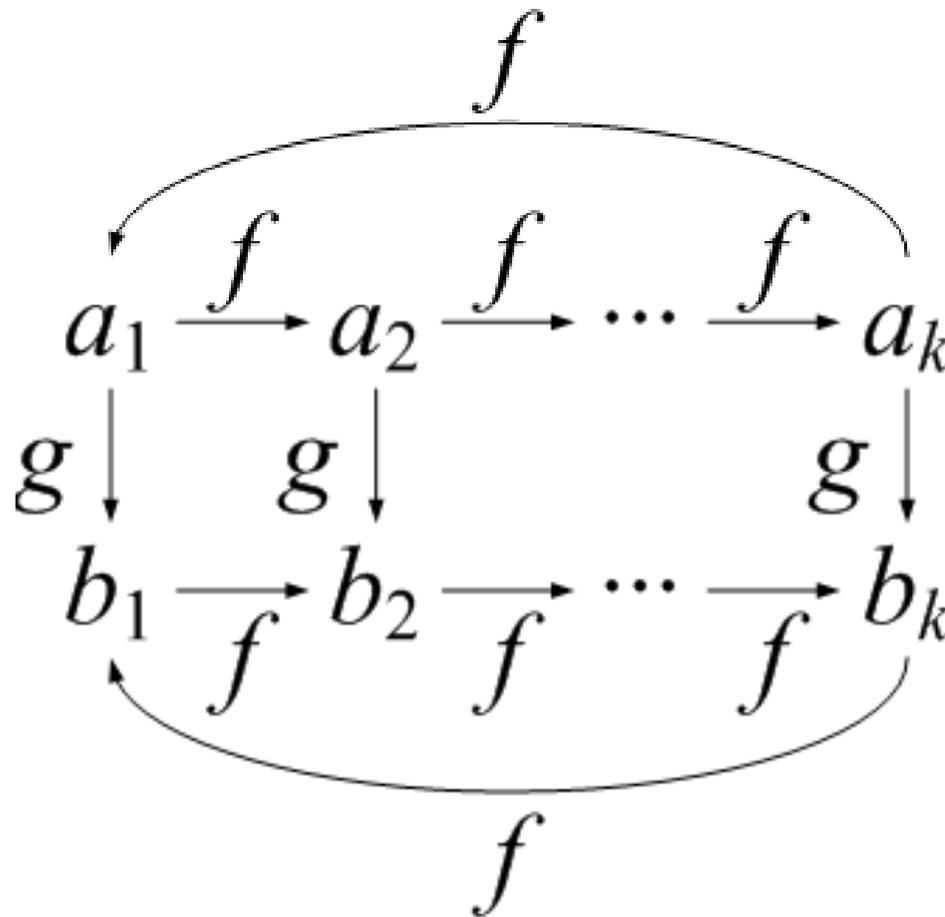
# Цепочки значений

- $g(f^i(a_1)) = f^i(g(a_1))$

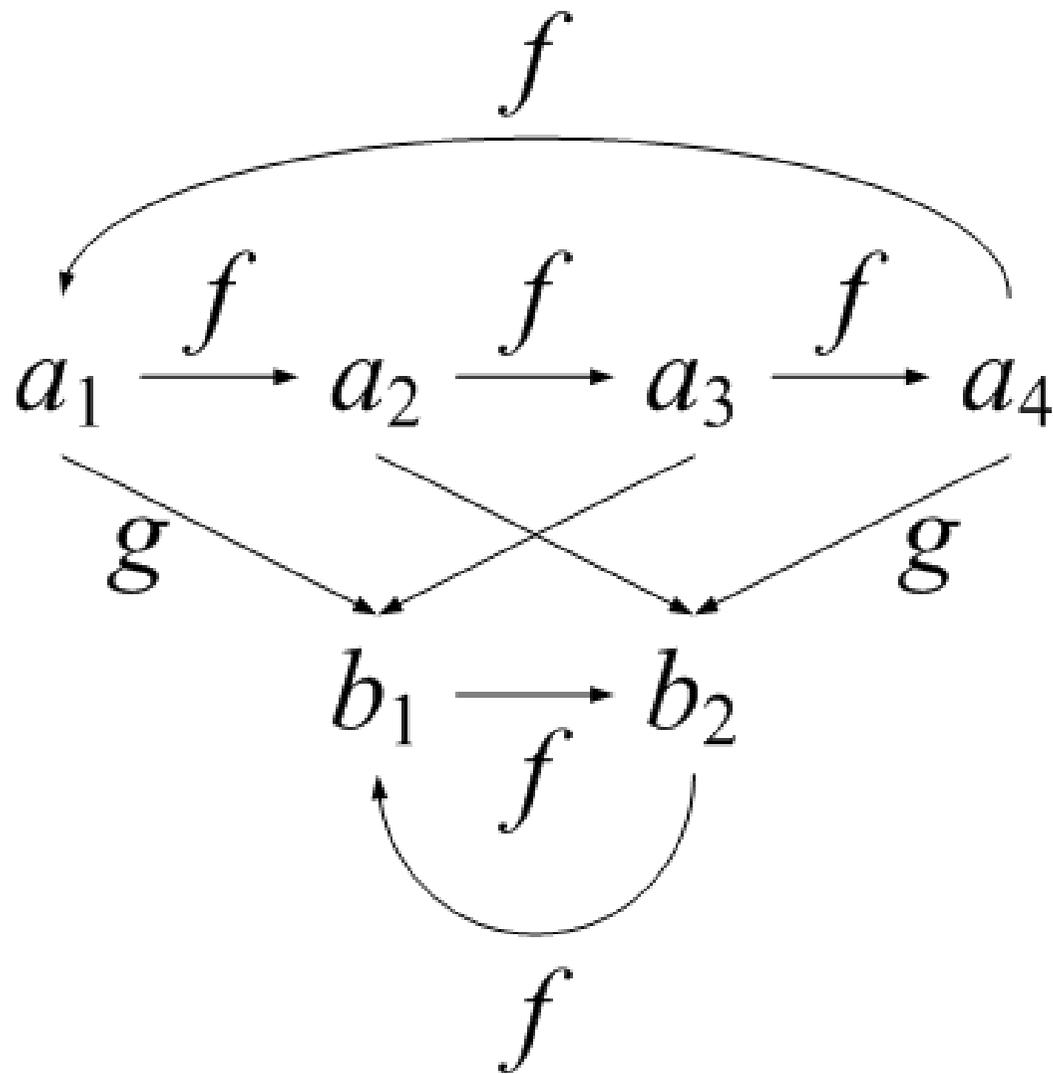


# Циклы значений

- Циклы одинаковой длины



# Циклы кратной длины



# Решение

1. Взять неотображенную вершину
2. Найти длину цикла  $k$
3. Минимальный элемент в циклах, делящих  $k$
4. Отобразить весь цикл
5. Повторить

# Скорость решения

1. Взять неотображенную вершину
  - Последовательный перебор
  - Пометка отображенных

# Скорость решения

2. Найти длину цикла
  - Непосредственно
  - $O(\text{длина цикла})$
  - $O(n)$  в сумме

# Скорость решения

3. Минимальный элемент в циклах делящих  $k$ 
  - Для каждой длины цикла – минимальный элемент
  - Просмотр более коротких циклов –  $O(\text{длина цикла})$
  - $O(n)$  в сумме

# Скорость решения

4. Отображение цикла
  - Последовательный перебор
  - $O(\text{длина цикла})$
  - $O(n)$  в сумме

# Скорость решения

4. Взять первую неотображенную вершину
  - Последовательный перебор
  - Пометка отображенных
  - $O(n)$

# Problem D

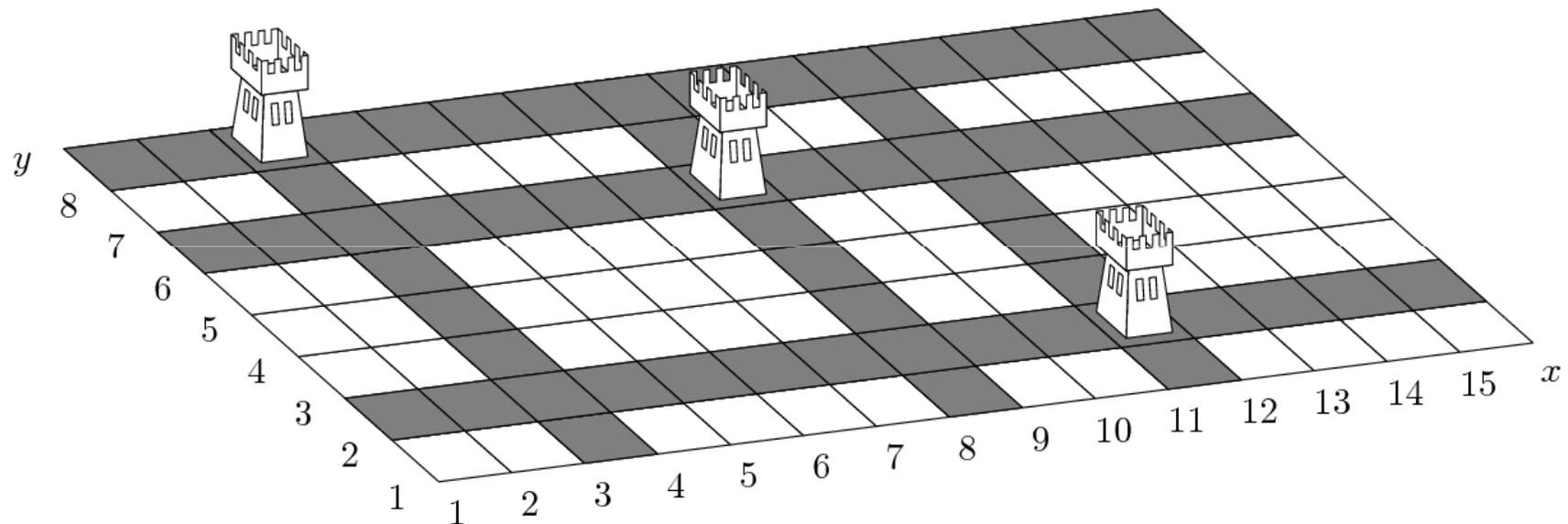
---

## Defense of a Kingdom

Автор: Георгий Корнеев  
Условие: Георгий Корнеев  
Тесты: Георгий Корнеев

# Формулировка задачи

- Максимальный прямоугольник



# Решение

- Отсортировать башни по  $x$
- Рассмотреть промежутки
- Найти максимальный  $d_x$
  
- Повторить по  $y$ :  $d_y$
- Ответ  $d_x \times d_y$

# Problem E

---

## Explicit Formula

Автор: Михаил Дворкин  
Условие: Михаил Дворкин  
Тесты: Михаил Дворкин

# Формулировка задачи

- Найти четность числа
  - Пар и троек
  - Хотя бы одна единица

# «Простые решения»

- Вбить формулу
- Сгенерировать формулу
  - Простая структура

# Решения

- Перебрать пары и тройки
  - Три вложенных цикла
- Подсчитать
  - Формула симметрична
  - $(q(10) - q(z)) \bmod 2$ , где
$$q(n) = n^2 / 2 + n^3 / 6$$
- Ответ 0 при 2, 6 и 10 нулях

# Problem F

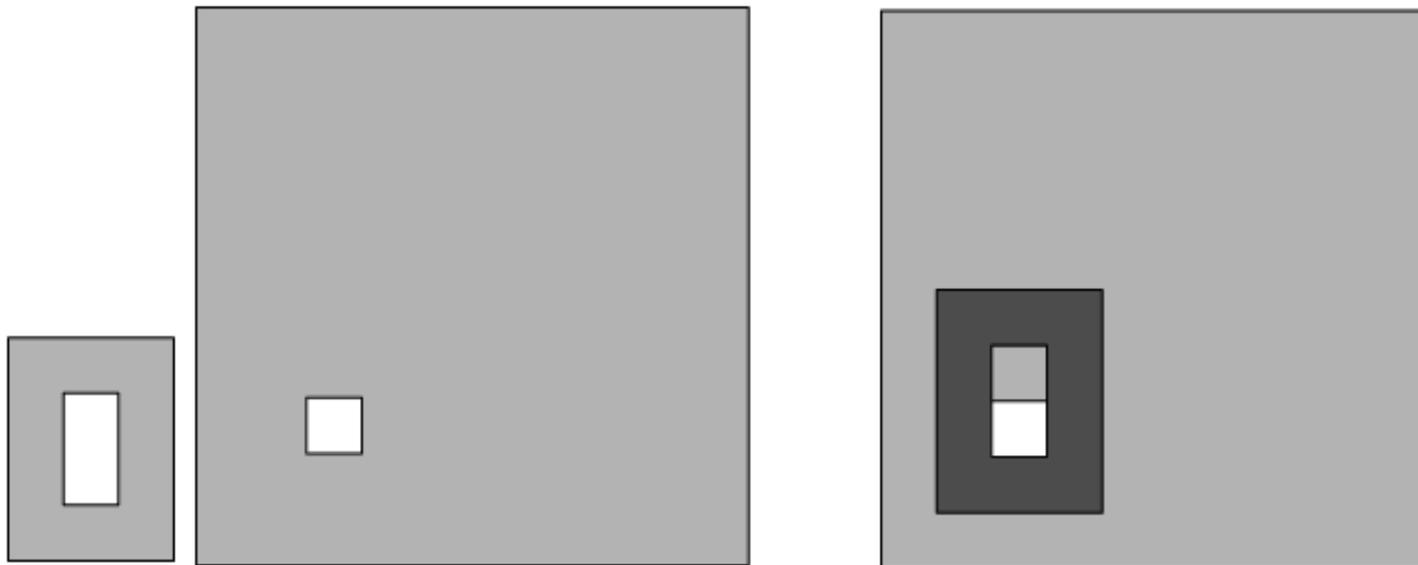
---

## Frames

Автор: Юрий Петров  
Условие: Сергей Копелиович  
Тесты: Сергей Копелиович

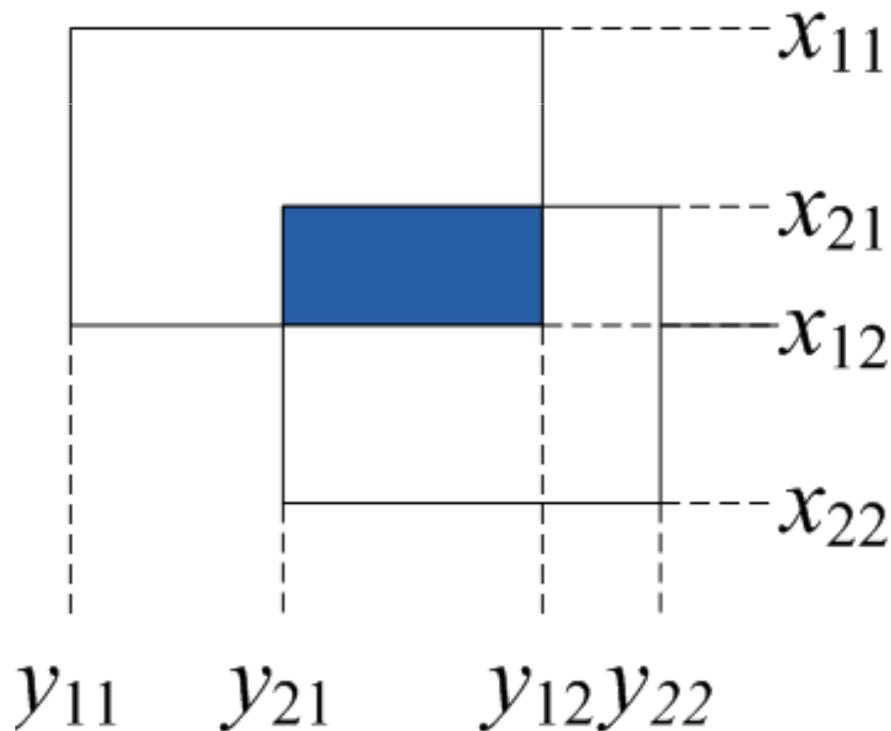
# Формулировка задачи

- Найти сдвиг рамки
- Площадь пересечения максимальна



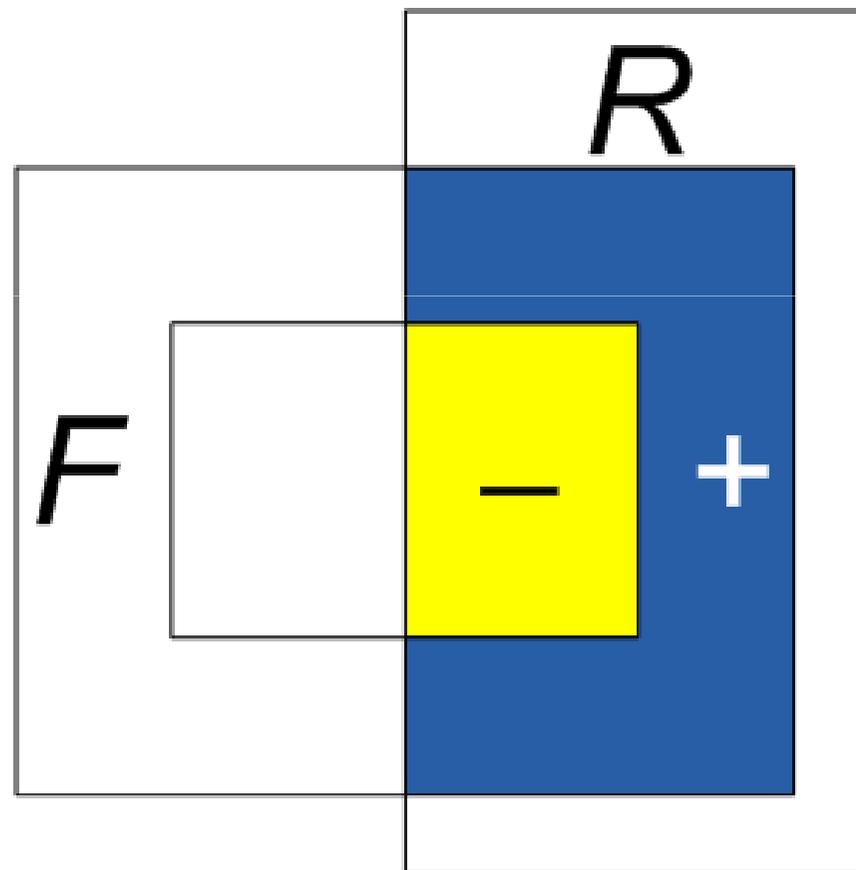
# Пересечение прямоугольников

- $\max(x_{11}, x_{21}) \leq x \leq \min(x_{12}, x_{22})$
- $\max(y_{11}, y_{21}) \leq y \leq \min(y_{12}, y_{22})$



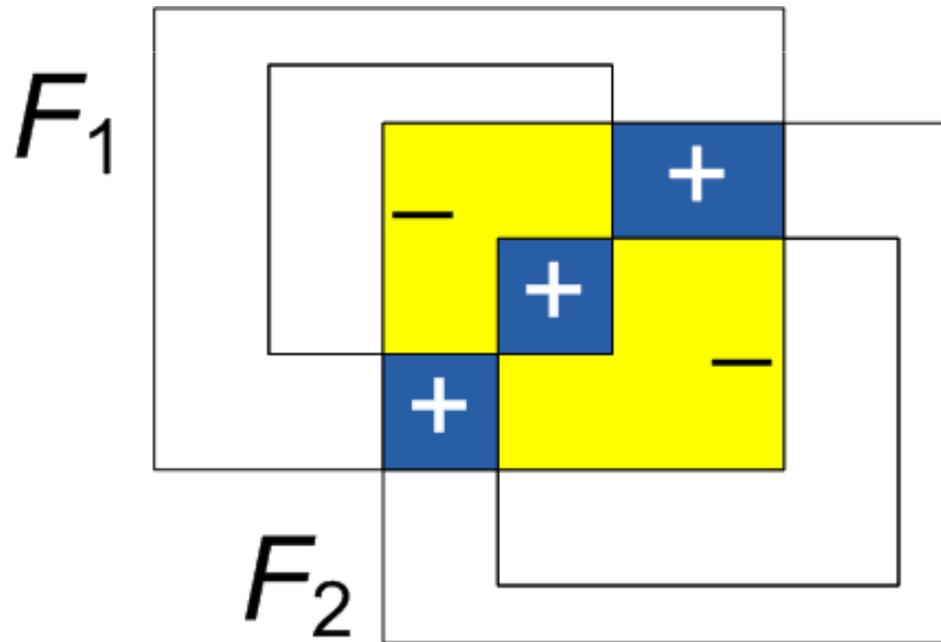
# Пересечение с прямоугольником

- $F \cap R = F_o \cap R - F_i \cap R$



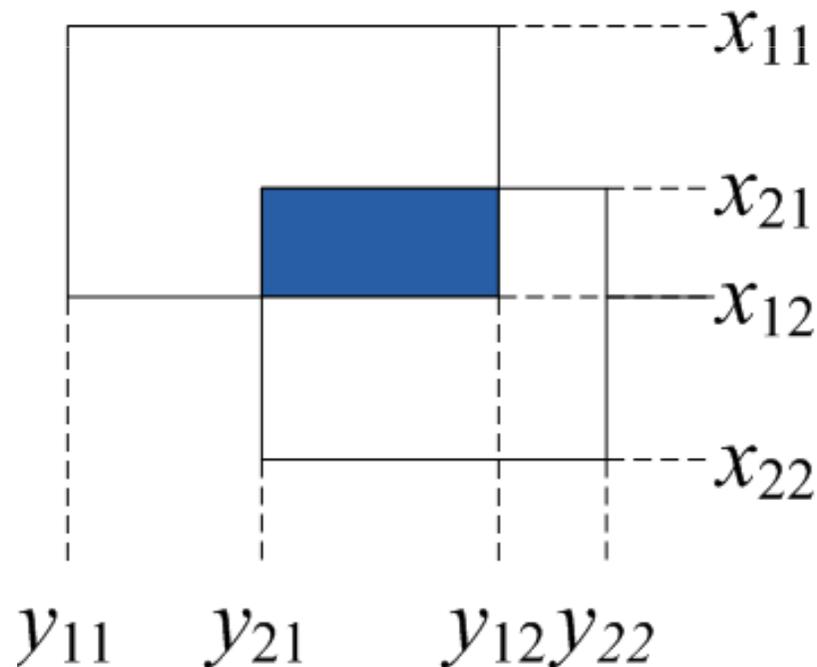
# Пересечение рамок

- $F_1 \cap F_2 = F_1 \cap F_{20} - F_1 \cap F_{2i} =$   
 $F_{10} \cap F_{20} - F_{1i} \cap F_{20} -$   
 $F_{10} \cap F_{2i} + F_{1i} \cap F_{2i}$



# «Хорошие сдвиги»

- $|R_1 \cap R_2| =$   
 $= (\min(x_{12}, x_{22}) - \max(x_{11}, x_{21})) \times$   
 $\times (\min(y_{12}, y_{22}) - \max(y_{11}, y_{21}))$



# «Хорошие сдвиги»

- Площадь
  - Линейна
- Максимум – на крае
- Можно рассматривать только точки с совпадающими координатами

# Решение

- Перебор сдвигов
  - По  $x$
  - По  $y$
- По 16 вариантов
  - Итого 256

# Problem G

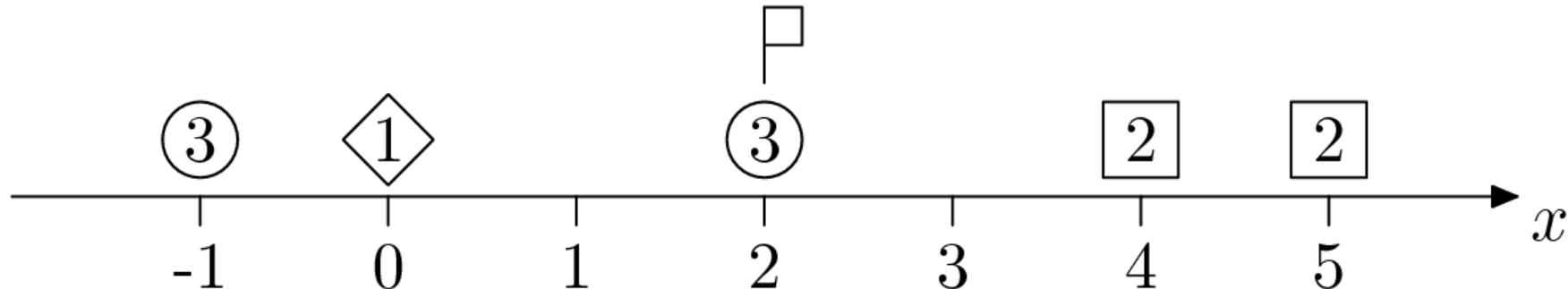
---

## Gadgets Factory

Автор: Сергей Копелиович  
Условие: Павел Маврин  
Тесты: Павел Маврин

# Формулировка задачи

- Найти положение фабрики
  - Ближайший поставщик
  - Сумма квадратов



◇ 1 □ 2 ○ 3 Existing factories      □ New factory

# Случай «одиноких» фабрик

- Оптимизируем

- $S = \sum (x - x_i)^2$

- Дифференцируем

- $(\sum (x - x_i)^2)' = 2\sum (x - x_i) = 0$

- Ответ

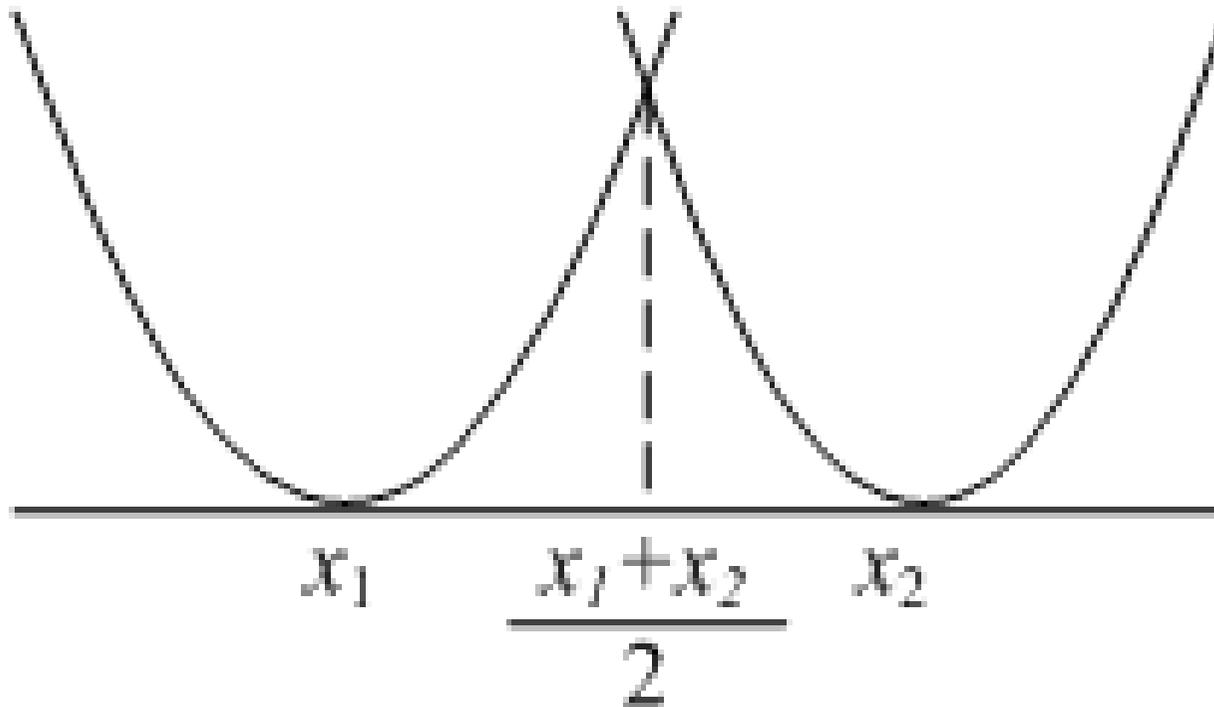
- $x = \sum x_i / n$

- Подставив

- $S = \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 / n$

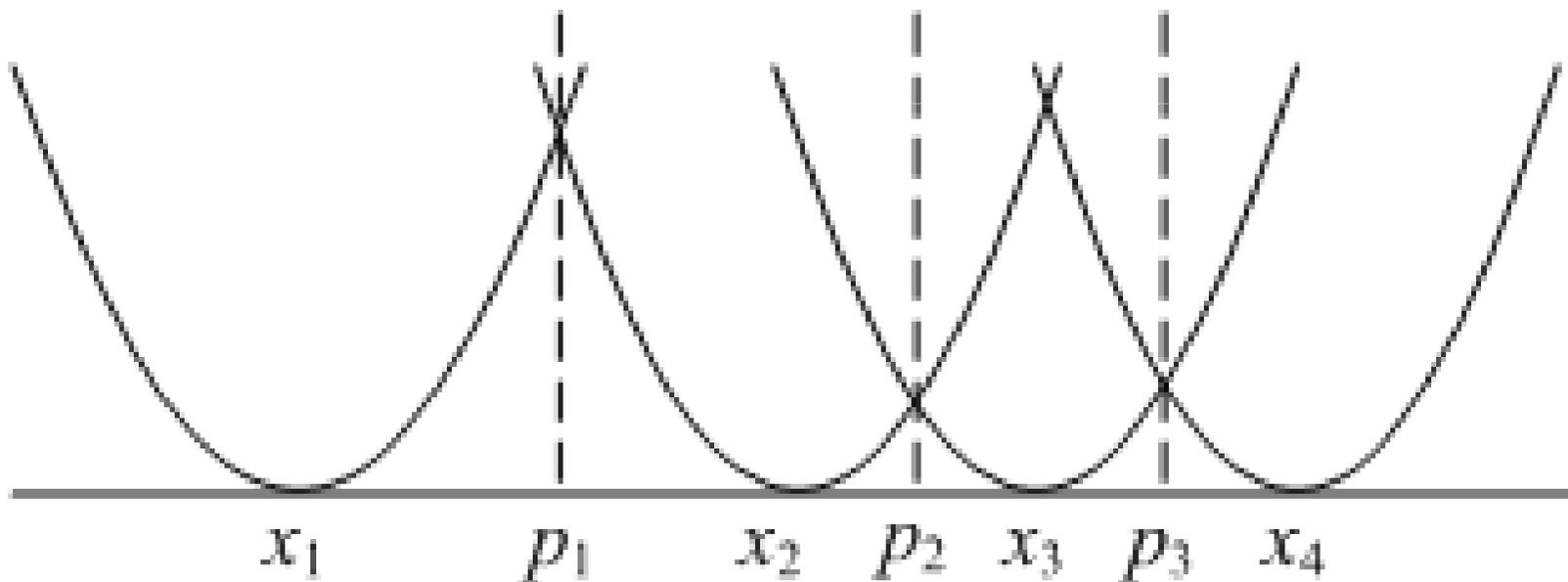
# Переход между фабриками

- Граница
  - $(x_1 + x_2) / 2$



# Полосы

- Несколько переходов
- $O(m)$  – полос



# Подсчет функции

- Сумма для каждой полосы
  - $O(n)$
  - $O(nm)$  в сумме
  - Time limit

# Пересчет функции

- $S = \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 / n = R - T^2 / n$ 
  - $R = \sum x_i^2$
  - $T = \sum x_i$
- Переход
  - $R' = R - x_i^2 + x_i'^2$
  - $T' = T - x_i + x_i'$

# Problem H

---

## Horrible Truth

Автор: Дмитрий Гозман  
Условие: Юрий Петров  
Тесты: Юрий Петров

# Формулировка задачи

- Сценарий
  1. *A узнает правду*
  2. *A узнает, что B знает правду*
  3. *A узнает, что B не знает правду*
- Два эпизода одного типа не идут подряд

# Теоретический максимум

- События I типа
  - Для каждого участника:  $n$
- События II типа
  - Для каждой пары:  $n(n - 1)$
- События III типа
  - Для каждой пары:  $n(n - 1)$
- Итого:  $n + 2n(n - 1)$

# Начало

- До первого события I типа
- Событие II типа невозможно
- Событие III типа
  - Только одно
- Потери:  $(n - 2)$  серии

# Конец

- После последнего события I типа
- Событие II типа
  - Только одно
- Событие III типа невозможно
- Потери:  $(n - 2)$  серии

# Середина

- Между двумя событиями I типа
  - После  $i$ -го события
- События II типа
  - Все узнают, что  $i$ -й знает правду
- События III типа
  - Все узнают, что  $(i+1)$ -й не знает правды

# Подсчет серий

- Серии
  - Начало: 1
  - Середина:  $2(n-1)(n-1) + n$
  - Конец: 1
- Итого
  - Теоретический максимум
  - Минус «обязательные потери»

# Решение

- Начало
- $(n - 1)$  блок
  - Событие I типа
  - События II и III типа
- Заключение

# Problem I

---

## Ideal Contest

Автор: Жюри

Условие: Дмитрий Штукенберг

Тесты: Георгий Корнеев

# Формулировка задачи

- Посчитать характеристики соревнования

The contest header may contain  
arbitrary number of lines

Team	A	B	C	D	E	=	Time	R
-----								
Revda STU	+	+	+2	+1	-9	4	9274	1
Girvas NU #1	+	+	-1	.	-11	2	321	2
Kargopol SU	+	-3	+	.	-4	2	321	2
Utorgosh SU	.	.	.	+	-5	1	122	4
Dubrovno SU	.	+	-1	.	-4	1	123	5
Girvas NU - 2	.	.	.	-5	-99	0	0	6

# Спецэффекты

The contest header may contain arbitrary number of lines

Team	A	B	C	D	E	=	Time	R
-----								
Revda STU	+	+	+2	+1	-9	4	9274	1
Girvas NU #1	+	+	-1	.	-11	2	321	2
Kargopol SU	+	-3	+	.	-4	2	321	2
Utorgosh SU	.	.	.	+	-5	1	122	4
Dubrovno SU	.	+	-1	.	-4	1	123	5
Girvas NU 2	.	.	.	-5	-99	0	0	6

# Заголовок

- Поиск заголовка
  - Буквы задач
  - Первое слово Team
  - Линия из минусов
- Число задач
  - Из заголовка

# Тело таблицы

- Разбиение на лексемы
- Просмотр с конца
  - По числу задач

# Характеристики

- Vainness
  - Команды не решившие ни одной задачи
- Oversimplification
  - Команды решившие все задачи

# Характеристики

- Evenness
  - Пропуски в числе решенных задач
- Unsolvability
  - Задачи не решенные ни одной командой

# Характеристики

- Instability
  - Команды, занимающие *место* выше, но не решившие задачу

<u>Team</u>	<u>C</u>	<u>=</u>	<u>Time</u>	<u>R</u>
Revda STU	+2	4	9274	1
Girvas NU #1	-1	2	321	2
Kargopol SU	+	2	321	2

# Negidialness

- Формула
  - $1.030 V + 3.141 O +$
  - $2.171 E + 1.414 U +$
  - $(I_1 + I_2 + \dots + I_p) / P$
- Результат

# Problem J

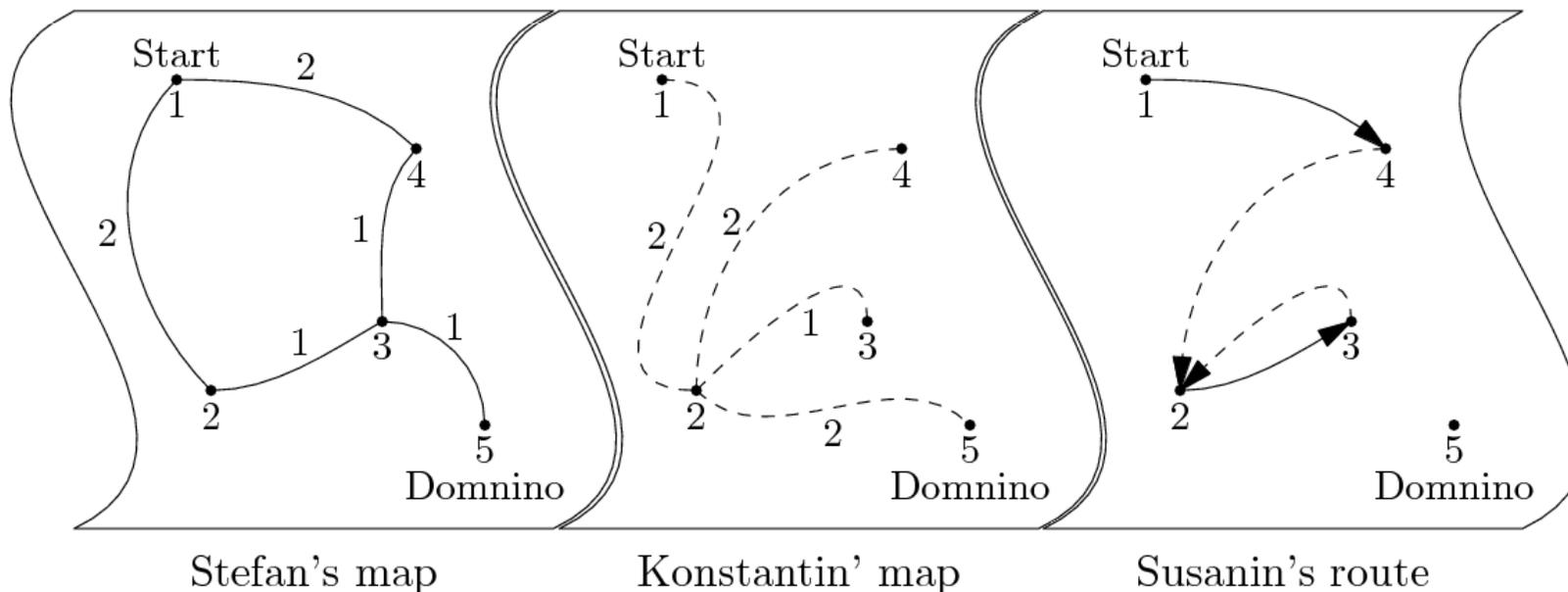
---

## **Journey**

Автор: Михаил Дворкин  
Условие: Дмитрий Гозман  
Тесты: Дмитрий Гозман

# Формулировка задачи

- Запутать поляков
  - Дороги днем
  - Тропы ночью



# Разрешенные переходы

- Сокращает расстояние
  - На соответствующей карте
- Найти кратчайшие расстояния
  - Алгоритм Дейкстры
- Оставить сокращающие переходы

# Раздвоение деревьев

- Деревни
  - Вечерняя
  - Утренняя
- Переходы
  - Вечерняя → утренняя
  - Утренняя → вечерняя

# Длиннейшей путь

- Динамическое программирование
  - Топологическая сортировка
  - Обход в глубину
- Бесконечность
  - Цикл
  - Обход в глубину

# Problem K

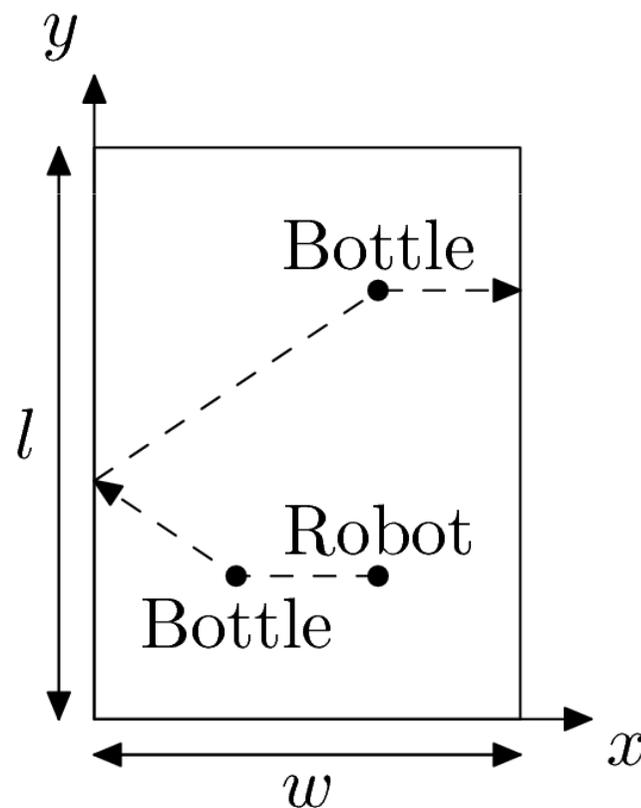
---

## **Kitchen Robot**

Автор: Федор Царев  
Условие: Федор Царев  
Тесты: Федор Царев

# Формулировка задачи

- Убрать бутылки со стола
- Как можно быстрее

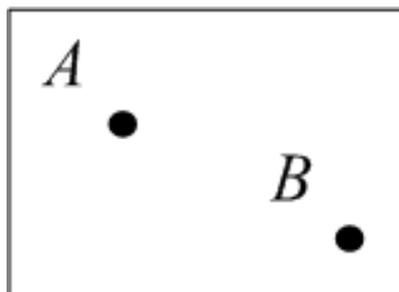


# Начало и конец

- Начало
  - К первой бутылке
  - Напрямую
- Конец
  - От последней бутылке
  - К ближайшему краю

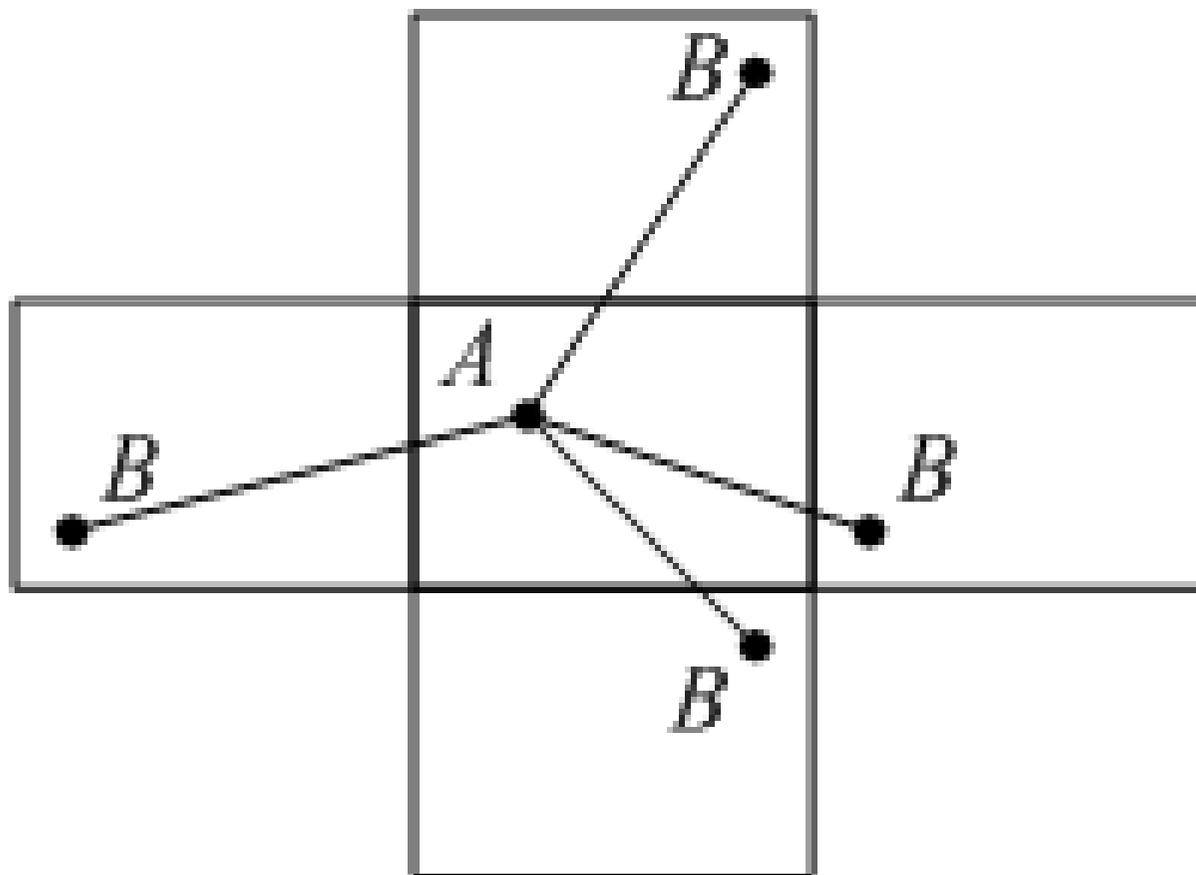
# Середина

- Между бутылками



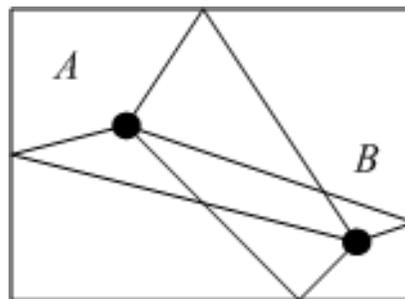
# Середина

- Между бутылками



# Середина

- Свертка



# Решение

- Длина переходов известна
  - Задача коммивояжера
- Динамическое программирование на подмножествах
  - Выбросить множество бутылок начиная с заданной
  - Переход – на одно меньше
  - $O(n^2 2^n)$

# Вопросы